Chapitre 5 - Les lois de Newton

I. Définitions préliminaires

Objet : Unique bloc de matière, déformable ou Ø, avec masse m qui varie Ø.
Système : (ens d') objet dont on étudie le mouvement
Force : actions mécaniques diverses afin de modifier son mouvement

1. Poids $\vec{P}$

$\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$ où $\vec{g}$, champ de pesanteur

2. Référentiel galiléen

Référentiel dans lequel le principe d'inertie est vérifié

3. Vecteur quantité de mouvement

Quantité de mouvement : traduit difficulté à modifier le mouvement d'un système

$\boxed{\vec{P} = m\vec{v}}$ où $\vec{v}$, vecteur vitesse du centre d'inertie.

II. Les lois de Newton (référentiel galiléen)

1ère loi de Newton : Principe d'inertie

- Si un objet est soumis à des forces dont la somme vectorielle est nulle, alors le centre d'inertie de cet objet est soit immobile, soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme. La réciproque s'applique également.

$$\boxed{\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v} = \overrightarrow{constant}}$$

2ème loi de Newton : Principe fondamentale de la dynamique

- La somme vectorielle des forces extérieures qui agissent sur un objet de centre d'inertie G et de masse m est, à chaque instant, égale à la dérivée du vecteur quantité de mouvement de l'objet.

$$\sum \vec{F} = \frac{\overrightarrow{dp}}{dt} = \frac{d(\overrightarrow{mv})}{dt} \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \overrightarrow{ma}$$

Car $\vec{p} = m\vec{v}$ et m ne varie pas alors $\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$

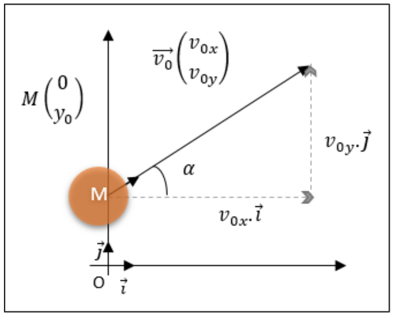
3ème loi de Newton : Principe des interactions réciproques

Si A exercé une force $\vec{F}_{A/B}$ sur B, alors B exerce aussi une force $\vec{F}_{B/A}$ sur A.
Ces deux forces sont parallèles, de sens contraires et de même valeur. On a donc :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}}$$

II. Mouvement d'un objet dans un champ uniforme (2e loi de Newton

Conditions initiales



$\overrightarrow{v_0}\begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \times \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \times \sin\alpha \end{pmatrix}$ à $t_0 = 0\ s$; $\overrightarrow{OM} = M\begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 \end{pmatrix}$

On négligera toute action de l'air sur la balle, la seule force qui s'exerce sur la balle est donc son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ avec $\vec{g}\begin{pmatrix} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{pmatrix}$ avec m la masse du ballon

De la deuxième loi de Newton à l'accélération

$$\sum \vec{F} = \frac{\overrightarrow{dp}}{dt} = \frac{d(\overrightarrow{mv})}{dt} \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \text{ or } \sum \vec{F} = \vec{P} = m\vec{g}$$

$\Leftrightarrow m\vec{a} = m\vec{g}$

$\Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\Leftrightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \vec{g}\begin{pmatrix} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{pmatrix}$

De l'accélération à la vitesse

Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ donc } \vec{a}\begin{pmatrix} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \end{pmatrix}$$

- Si $\frac{dv_x}{dt} = 0$ Alors $v_x(t) = constante\ 1$

Pour trouver la valeur $constante$ 1, on se place à l'instant t_0 = 0s,

$$v_x(0) = constante\ 1$$

Or $v_x(0) = v_{0x} = v_0 \times \cos\alpha$

Donc $constante\ 1 = v_0 \times \cos\alpha$

Ainsi, $\boldsymbol{v_x(t) = v_0 \times \cos\alpha}$

- Si $\frac{dv_y}{dt} = -g$, Alors $v_y(t) = -gt + constante\ 2$

Pour trouver la valeur de $constante\ 2$, on se place à $t_0 = 0$s

$$v_y(0) = -g\times 0 + constante\ 2 = constante\ 2$$

$$\text{Or } v_y(0) = v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

$$\text{Donc } constante\ 2 = v_0 \sin\alpha$$

$$\text{Ainsi, } \boldsymbol{v_y(t) = -gt + v_0 \sin\alpha}$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) = v_0\cos\alpha \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin\alpha \end{pmatrix}}$$

De la vitesse à la position

Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ par rapport au temps :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \text{ donc } \vec{v}\begin{pmatrix} v_x(t) = \frac{dx}{dt} = v_0\cos\alpha \\ v_y(t) = \frac{dy}{dt} = -gt + v_0\sin\alpha \end{pmatrix}$$

- Si $\frac{dx}{dt} = v_0\cos\alpha$ Alors $x(t) = v_0\cos\alpha\, t + constante\ 3$

Pour déterminer constante 3, on se déplace à $t_0 = 0$s

$$x(0) = v_{0x}\cos\alpha * 0 + constante\ 3 = constante\ 3$$

$$\text{Or } x(0) = 0$$

$$\text{Donc } constante\ 3 = 0$$

$$\text{Ainsi } \boldsymbol{x(t) = v_0\cos\alpha \times t}$$

- Si $\frac{dy}{dt} = -gt + v_0\sin\alpha$ alors $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\times t + \text{constante } 4$

Pour déterminer constante 4, on se déplace à $t_0 = 0$s

$$y(0) = -\frac{1}{2}g\times 0^2 + vo\sin\alpha\times 0 + constante\ 4 = constante\ 4$$

$$\text{Or } y(0) = y_0$$

$$\text{Donc } constante\ 4 = y_0$$

$$\text{Ainsi } \boldsymbol{y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\times t + yo}$$

$$\boxed{\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x(t) = v_0\cos\alpha\times t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\times t + y_0 \end{pmatrix}}$$

De la position à la trajectoire

On peut exprimer y en fonction de x en ne faisant plus apparaitre la variable t.

$$t = \frac{x(t)}{v_0\cos\alpha} = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

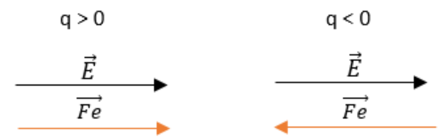
$$y = -\frac{1}{2}g\frac{x}{vo\cos\alpha}^2 + v_0\sin\alpha\times\frac{x}{v_0\cos\alpha} + y_0$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}g\frac{x}{v_0\cos\alpha}^2 + \tan\alpha\times x + y_0}$$

IV. Mouvement dans un champ électrostatique uniforme (2e loi de Newton)

1. Force électrostatique et champ

La force électrostatique $\vec{F}_e$ qui s'exerce sur une particule de charge q placée dans un champ $\vec{E}$ électrostatique est définie par :

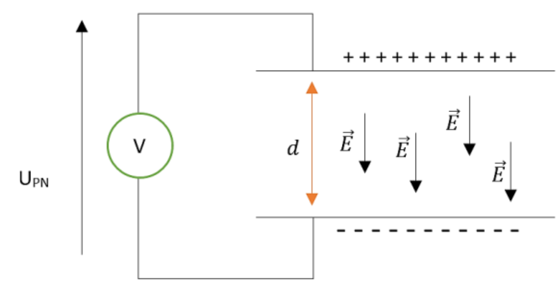


$\boxed{\vec{F}e = q\vec{E}}$ $\boxed{Fe = |q|E}$ *avec Fe en N, $|q|$ en C, E en N.C*$^{-1}$

2. Champ uniforme dans un circuit électrique

Entre deux plaques métalliques planes, séparées par un isolant et de charges respectives positive et négative on peut obtenir un champ électromagnétique uniforme $\vec{E}$ de caractéristiques :

- direction : perpendiculaire aux plaques
- sens : de la plaque + (charge positive) à la plaque – (charge négative)



Soit U_{PN} la tension (positive) aux bornes des plaques + et - ;

$$\boxed{E = \frac{U_{PN}}{d}}$$

Conséquence : Autre unité pour E : Vm^{-1}

3. Cas d'une particule dans un champ électrostatique uniforme

Même méthode que pour le champ de pesanteur

Conditions initiales

$\overrightarrow{v_0}\begin{pmatrix} v_{0x}=v_0\times\cos\alpha \\ v_{0y}=v_0\times\sin\alpha \end{pmatrix}$ à $t_0=0\ s$; $\overrightarrow{OM}=M\begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0 \end{pmatrix}$

On négligera toute action de l'air sur la balle ainsi que le poids $\vec{P}$ qui est négligeable, la seule force qui s'exerce sur la balle est donc la force électrostatique $\vec{F}e=q\vec{E}$avec $\vec{E}\begin{pmatrix} E_x=0 \\ E_y=E \end{pmatrix}$ avec m la masse du ballon

De la deuxième loi de Newton à l'accélération

$$\sum\vec{F}=\frac{\overrightarrow{dp}}{dt}=\frac{d(m\overrightarrow{v})}{dt}\ \frac{d(m\vec{v})}{dt}=m\ \frac{d\vec{v}}{dt}=m\vec{a}\ \text{ or } \sum\overrightarrow{Fe}=\vec{E}=q\vec{E}$$

$\Leftrightarrow m\vec{a}=q\vec{E}$

$\Leftrightarrow \vec{a}=\dfrac{q\vec{E}}{m}$

$\Leftrightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}=\vec{E}\begin{pmatrix} E_x=0 \\ E_y=\frac{qE}{m} \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} a_x=E_x=0 \\ a_y=E_y=\dfrac{qE}{m} \end{pmatrix}$

De l'accélération à la vitesse

$$\boxed{\vec{v}(t)=\begin{pmatrix} v_x(t)=v_0\cos\alpha \\ v_y(t)=\dfrac{qE}{m}t+\ v_o\sin\alpha \end{pmatrix}}$$

De la vitesse à la position

$$\boxed{\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x(t)=v_0\cos\alpha\times t \\ y(t)=\dfrac{qE}{2m}t^2+v_0\sin\alpha\times t+y_0 \end{pmatrix}}$$

De la position à la trajectoire

$$\boxed{y=\frac{qE}{2m}\frac{x}{vo\cos\alpha}^{2}+\tan\alpha\times x+y_0}$$

III. Conservation de la quantité de mouvement

1. Lois de Newton sur un objet

La deuxième loi de Newton englobe la première. En effet, soit la deuxième loi de Newton :

$$\sum\vec{F}=\frac{\overrightarrow{dp}}{dt}=\frac{d(m\overrightarrow{v})}{dt}=\frac{md\vec{v}}{dt}$$

Si $\sum\vec{F}=\ \vec{0}$ alors $\frac{d\vec{p}}{dt}=m\ \frac{d\vec{v}}{dt}=0$ donc $\vec{p}$ et $\vec{v}$ sont constants.

Remarque : Si $\sum\vec{F}=\ \vec{0}$ on dit que l'objet est un **système isolé.**

2. Sur un système en deux blocs

Pour un système constitué de deux parties ou blocs de masses m_1 et m_2, et de vecteurs vitesses $\overrightarrow{v1}$ et $\overrightarrow{v2}$ on définit le vecteur de mouvement par :

$$\vec{\boldsymbol{p}}=\boldsymbol{m_1}\overrightarrow{\boldsymbol{v_1}}\ +\boldsymbol{m_2}\overrightarrow{\boldsymbol{v_2}}$$

On peut aussi appliquer la deuxième loi de newton au système :

$$\sum\vec{F}=\frac{\overrightarrow{dp}}{dt}$$

Si $\sum\vec{F}=\vec{O}$ le système est isolé.

Alors $\frac{\overrightarrow{dp}}{dt}=\vec{\boldsymbol{O}}$ **donc** $\vec{\boldsymbol{p}}=\overrightarrow{\boldsymbol{constante}}$