Produit scalaire

Norme : longueur du vecteur $\vec{u}(x;y)$ $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2}$
2 vecteurs égaux ont la même norme ≠ 2 vecteurs de même norme pas forcément égaux

Projeté orthogonale :
Point A sur droite (d) : point H appartenant à (d) tel que (AH) et (d) soient perpendiculaires
Vecteur $\overrightarrow{AB}$ sur droite (d) : vecteur $\overrightarrow{A'B'}$ avec A' projeté de A et B' projeté de B sur (d)

Produit scalaire :
Projeté orthogonal : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs, $\vec{v'}$ projeté de $\vec{v}$ sur $\vec{u}$ (droite dirigée par $\vec{u}$)

$\vec{u}$ *et* $\vec{v}'$ de même sens : $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|\times\|\vec{v}'\|}$

$\vec{u}$ *et* $\vec{v}'$ de sens contraire : $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = -\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}'\|}$

Cosinus : $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos\vec{u};\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}}$

Normes : $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2)}$ ou $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)}$

Coordonnées : Soit $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'}$$

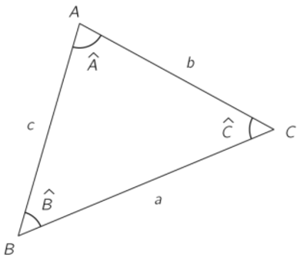
Propriétés :
$\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$
$\vec{u}.(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$
$\vec{u}.(k\vec{v}) = (k\vec{u}).\vec{v} = k(\vec{u}.\vec{v})$

Identités remarquables avec les normes :

$$\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \vec{u}.\vec{v} + \|\vec{v}\|^2$$
$$\|\vec{u}-\vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 - \vec{u}.\vec{v} + \|\vec{v}\|^2$$
$$(\vec{u}+\vec{v})(\vec{u}-\vec{v}) = \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2$$

Théorème d'Al-Kashi : ABC un triangle quelconque avec a=BC, b=AC, c=AB

$$\boxed{\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos\hat{B} \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C} \end{aligned}}$$



Théorème de la médiane : A et B deux points, I le milieu de [AB], M un point quelconque

$$\boxed{MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 2IA^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}}$$

Vecteur normal : $\vec{n}$ est normal à (*d*) ssi il est orthogonal à un vecteur directeur de D $\vec{n}\binom{a}{b}$
pour $(d): ax + by + c = 0$

Equation cartésienne : $(d): ax + by + c = 0$ **Vecteur directeur :** $\vec{u}\binom{-b}{a}$
Equation réduite : $(d): y = mx + p$ **Vecteur directeur** : $\vec{u}\binom{1}{m}$

Vecteurs orthogonaux : $\vec{u}.\vec{v} = 0$; $xx' + yy' = 0$

Propriétés :
(d) et (d') sont parallèles ssi leurs vecteurs directeurs ou normaux sont colinéaires.
(d) et (d') sont perpendiculaires ssi leurs vecteurs directeurs/normaux sont orthogonaux.

Soit $(d):\ ax + by + c = 0$ et $(d'):\ a'x + b'y + c = 0$ deux droites
(d) et (d') sont parallèles ssi *ab'=a'b*
(d) et (d') sont perpendiculaires ssi *aa'=bb'=0*

Soit $(d):\ y = mx + p$ et $(d'):\ y = m'x + p'$ deux droites
(d) et (d') sont parallèles ssi $m = m'$
(d) et (d') sont perpendiculaires ssi $mm' = 1$

Equation cartésienne du cercle :
de centre Ω et de rayon R : $(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$
De diamètre [AB] :$(x - x_A)(x - x_B) + (y - y_A)(y - y_B) = 0$
Tout cercle : $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

Caractérisation d'un cercle : M appartient au cercle de diamètre [AB] ssi $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$

Formules des aires : ABC, triangle non aplati d'aire Γ

$$\boxed{\Gamma = \frac{1}{2}bc\sin\hat{A} = \frac{1}{2}ac\sin\hat{B} = \frac{1}{2}ab\sin\hat{C}}$$

Formules des sinus : $\boxed{\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}}}$