Dérivation

Taux d'accroissement : f, définie sur I, a et $a+h$ dans l'intervalle

$$\boxed{\frac{f(a+h)-f(a)}{h}}$$

Coefficient directeur de (AM): Soit $A(a; f(a))$ et $M((a+h); f(a+h))$

$$\boxed{\frac{y_M-y_A}{x_M-x_A}=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}}$$

Nombre dérivé :

$$\boxed{f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}}$$

Interprétation géométrique du nombre dérivée : $A(a; f(a))$ et $M((a+h); f(a+h))$

- point M se rapproche de A
- droite (AM) devient tangente au point d'abscisse a
- coefficient directeur de (AM) devient le nombre dérivé de f en a, $f'(a)$

Tangente : droite passant par le point de coordonnées $(a; f(a))$ avec pour coefficient directeur $f'(a)$

Equation de la tangente : tangente à C_f au point a

$$y=f'(a)(x-a)+f(a)$$

Sens de variation et dérivée :

- f' est positive sur I $\Leftrightarrow$ f est croissante sur I
- f' est négative sur I $\Leftrightarrow$ f est décroissante sur I
- f' est constante sur I $\Leftrightarrow$ f est nulle sur I

Tableau de signe de f' donne tableau de variations de f

Extrema d'une fonction :

- f admet un extremum local en x_0 si $f'(x_0)=0$ et f' change de signe a
- f' s'annule en changeant de signe en a, alors $f(a)$ est un extremum local de f
  Minimum : f' passe d'un signe négatif à un signe positif
  Maximum : f' passe d'un signe positif à un signe négatif

Tangente horizontale :

Si f admet un extremum local en a, alors sa courbe représentative admet une tangente horizontale au point d'abscisse a.

Dérivées et opérations

Dans ce formulaire, u et v sont des fonctions

Opérations sur les fonctions	Dérivées	Conditions
$f=u+v$	$f'=u'+v'$	u et v dérivables sur un intervalle I
$f=ku$ (k constante)	$f'=ku'$	u dérivable sur un intervalle I
$f=uv$	$f'=u'v+v'u$	u et v dérivables sur un intervalle I
$f=\frac{1}{v}$	$f'=\frac{-v'}{v^2}$	v dérivable sur un intervalle I et v ne s'annule pas sur cet intervalle I
$f=\frac{u}{v}$	$f'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$	u et v dérivable sur un intervalle I et v ne s'annule pas sur cet intervalle I
$f=\sqrt{u}$	$f'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	u dérivable sur un intervalle I et $u>0$
$f=\cos u$	$f'=-u'\times\sin u$	u dérivable sur un intervalle I
$f=\sin u$	$f'=u'\times\cos u$	u dérivable sur un intervalle I
$f=e^u$	$f'=u'\times e^u$	u dérivable sur un intervalle I
$f=\ln u$	$f'=\frac{u'}{u}$	u dérivable sur un intervalle I et $u>0$
$f(x)=u(ax+b)$	$f'(x)=au'(ax+b)$	$ax+b$ appartient à un intervalle sur lequel u est dérivable
$f(x)=u^n$ $(n\in\mathbb{N})$	$f'(x)=nu'u^{n-1}$	u dérivable sur un intervalle I

Dérivées des fonctions usuelles

Fonction f	Fonction dérivée f'	Intervalles de dérivabilité
$f(x)=k$ (constante réelle)	$f'(x)=0$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x$	$f'(x)=1$	$\mathbb{R}$
$f(x)=ax+b$	$f'(x)=a$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^2$	$f'(x)=2x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n$ $(n\in\mathbb{N})$	$f'(x)=nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$	$]0;+\infty[$ $]-\infty;0[$
$f(x)=\frac{1}{x^n}=x^{-n}$ $(n\in\mathbb{N})$	$f'(x)=-\frac{n}{x^{n+1}}=-nx^{-n-1}$	$]0;+\infty[$ $]-\infty;0[$
$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$
$f(x)=\cos x$	$f'(x)=-\sin x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\sin x$	$f'(x)=\cos x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\tan x$	$f'(x)=\frac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$	$\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ $\left]\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+(k+1)\pi\right[$
$f(x)=e^x$	$f'(x)=e^x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\ln x$	$f'(x)=\frac{1}{x}$	$]0;+\infty[$