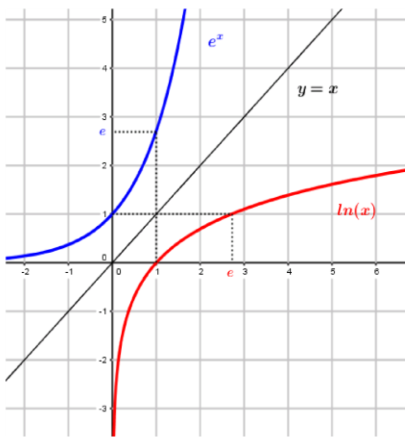
Fonction logarithme népérien

Fonction logarithme népérien

Caractérisation :

- définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ et notée ln, est définie pr tout réel $x > 0$ par : $\ln x = y \Leftrightarrow x = e^y$
- Pour tout réel x strictement positif, ln(x) est l'unique réel a vérifiant $e^a = x$
- $\ln x$ et e^x sont réciproques donc $\ln e^x = x$ et $e^{\ln x} = x$

Représentation graphique :



Passage de l'exponentielle au logarithme et inversement :

$$e^b = a \Leftrightarrow b = ln\,(a)$$
$$e^{\ln(a)} = a$$
$$ln(e^b) = b$$

Sens de variation : La fonction ln est strictement positive sur]0;+∞[.
Ainsi, pour tout a et b strictement positifs, $ln\,(a) \leqslant ln\,(b) \Leftrightarrow a \leqslant b$

Limites :

$$\lim_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$$
$$\lim_{x \to 0+} \ln(x) = -\infty$$

Propriétés :

$\ln 1 = 0$ (vient de $e^0 = 1$)
$\ln e = 1$ (vient de $e^1 = e$)
$\ln ab = \ln a + \ln b$
$\ln \frac{1}{a} = -\ln a$
$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$
$\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$
$\ln a^n = n \ln a$

Dérivée du logarithme : dérivable sur $]0; +\infty[$

$$\ln' x = \frac{1}{x}$$
$$\ln' u = \frac{u'}{u}$$

Taux d'accroissement :

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

Croissances comparées :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$$

Logarithme décimal

Définition :

$\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$ sur]0 ;+∞[

Propriétés :

$$\log(\mathrm{ab}) = \frac{\ln ab}{\ln 10} = \frac{\ln a + \ln b}{\ln 10} = \frac{\ln a}{\ln 10} + \frac{\ln a}{\ln 10} = \log a + \log b$$
$$\log \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} = \ln \mathrm{a} - \ln b$$
$$\log a^n = \frac{n \ln a}{\ln 10}$$

Dérivée :

$$\log(x)' = \frac{1}{x \ln 10}$$

Sens de variation : La fct logarithme décimale est strictement croissante